УДК 681.5.017

УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ДЕЙСТВИИ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ДВУКАНАЛЬНОСТИ

С.А. КАБАНОВ, Ф.В. МИТИН

Рассматривается задача инвариантности траектории движения летательного аппарата (ЛА) по отношению к известным внешним воздействиям. Показано, что посредством разбиения оптимальной траектории на отрезки и построении инвариантной траектории к возмущению на каждом таком интервале возможно получить квазисильную инвариантность. Задача решается с помощью алгоритма с прогнозирующей моделью.

Ключевые слова: инвариантность, оптимальная траектория, прогнозирующая модель.

Инвариантность в системах автоматического регулирования есть независимость какой-либо системы от приложенных к ней внешних воздействий. Независимость одной из регулируемой координат системы от всех внешних воздействий или независимость всех координат от одного какого-либо воздействия называется полиинвариантностью [1]. Часто условия инвариантности не могут быть выполнены точно; в этом случае говорят об инвариантности с точностью до некоторой наперед заданной величины. Для реализуемости условий инвариантности необходимо наличие в системе, по меньшей мере, двух каналов распространения воздействия между точкой приложения внешнего воздействия и координатой, инвариантность которой должна быть обеспечена (принцип двуканальности Б.Н. Петрова [2]). Идеи инвариантности применяют в системах автоматического управления летательными аппаратами, судами, для управления химическими процессами при построении следящих систем и особенно комбинированных систем, в которых одновременно используются принципы регулирования по отклонению и по возмущению.

Рассмотрим задачу инвариантности на примере движения ЛА в горизонтальной плоскости, описываемого следующими дифференциальными уравнениями [3]:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}=V\cdot K; \\ \dot{l}=V\cdot\cos(\varphi)+w_l; \\ \dot{z}=V\cdot\sin(\varphi)+w_z; \\ \dot{K}=u, \end{cases} \tag{1}$$

где V – скорость полета; l, z – линейные координаты центра масс в горизонтальной плоскости; К – кривизна траектории; φ – угол поворота траектории; u – управление; w_l, w_z – продольная и боковая составляющие скорости ветра w соответственно.

В качестве критерия качества примем функционал вида [4]:

$$I = V_g(x, t_f);\ V_g = \frac{1}{2}\cdot\Delta x(t_f)\cdot\rho\cdot\Delta x^T(t_f),$$

где $\Delta x(t_f) = x(t_f) - x_g$, $x_g = (x_{g1}, x_{g2})^T$.

Используя условие инвариантности по возмущениям, получаем уравнения прогнозирующей модели [8]:

$$\varphi = V\cdot K;\ l = V\cdot\cos(\varphi);\ z = V\cdot\sin(\varphi);$$

$$\dot{p}_\varphi=p_l V\sin(\varphi)-p_z\cos(\varphi);\ \dot{p}_l=\dot{p}_z=0;\ \dot{p}_K=-p_\varphi V;\ p_x=\rho\Delta x_f;\ p_K(t_f)=0,$$

а также уравнение для нахождения управления

$$u = (\mu(t) - c - p_l w_l - p_z w_z)/p_K.$$

Выберем функцию μ(t) в зависимости от параметров опорной траектории

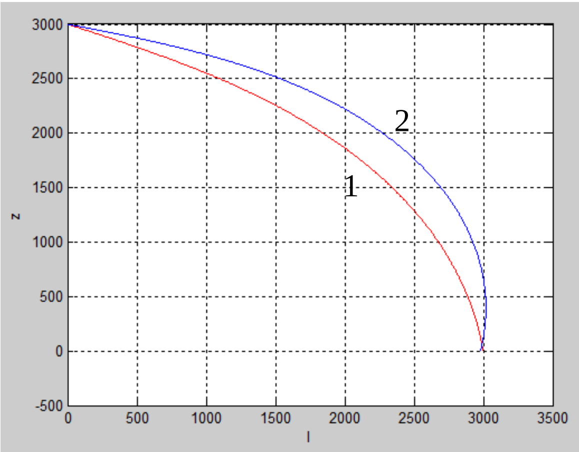
$$u(t) = p_l w_l^0 + p_z w_z^0 + p_K u^0 + c,$$

где w_l^0, w_z^0 – некоторые опорные возмущения в исходной системе; u^0 – опорное управление.

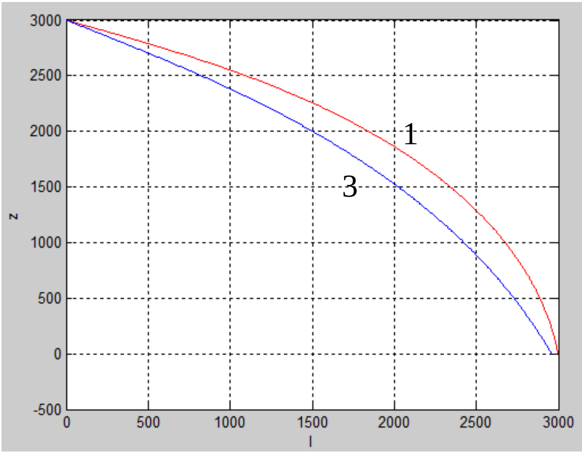
Примем начальные условия, равными: t_f = 20 с; t_0 = 0 с; V = 320 м/с; φ_0 = –0,1 рад; K_0 = 0; l_0 = 0 м; z_0 = 3000 м; шаг интегрирования h = 0,025 с.

Задача решалась с помощью системы для автоматизации математических расчетов Matlab 8.3.

Промоделировав уравнения движения (1) с оптимальным опорным управлением и задав возмущение, получаем следующие результаты (рис. 1).



а



б

Рис. 1. Зависимость l(z)

На рис. 1а, б кривая 1 является опорной траекторией с оптимальным управлением, кривая 2 – траектория, полученная на основе условий инвариантности при w_z = 50; кривая 3 при w_z = –50.

Заданные граничные условия: l_g = 3000; z_g = 0. Опорная траектория приходит в точку с координатами ($l(t_f)$; $z(t_f)$), равными (2997,8; –0,02). Кривая 2 – (2977,84; –2,43), кривая 3 – (2958,62; –4,71).

Промоделируем уравнения движения (1) с управлением u = 0 другими конечными условиями и возмущением w_z= –10 (рис. 2).

Заданные граничные условия l_g = 6376, z_g = 2360. Опорная траектория (кривая 1) приходит в точку с координатами ($l(t_f)$; $z(t_f)$), равными (6375,9; 2360,2), кривая 2 – (6386; 2357,26).

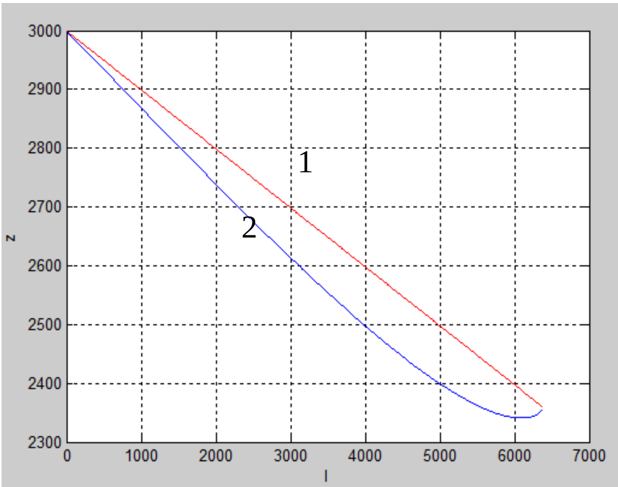


Рис. 2. Зависимость l(z) при u = 0

Как видно из графиков, при задании w_z константой система инварианта к действию возмущения. Отметим, что в данных случаях наблюдается слабая инвариантность, то есть только в конечной точке траектории движения с возмущениями и без возмущений совпадают. Из-за этого управление u резко возрастает в конце, так как пытается компенсировать возмущение только в конечной точке.

Теперь разобьем траекторию движения аппарата без возмущений на n равных отрезков. Для каждого такого отрезка получим уравнения прогнозирующей модели, используя условие инвариантности по возмущениям. Для каждого последующего отрезка начальными условиями будут являться конечные условия предыдущего отрезка.

Сравним траекторию, полученную с помощью такого разбиения, с траекториями, полученными в результате применения алгоритма на основе условий инвариантности на всем интервале (рис. 3).

В рассмотренном случае общий отрезок разбивался на 4 части. Отклонение полученной траектории уменьшилось почти в три раза. При увеличении возмущения это преимущество остается. Кривая 2 на рис. 3 приходит в точку с координатами ($l(t_f);z(t_f)$), равными (6386,9; 2322,65). Разбиение общего интервала на большее число отрезков дает нам еще меньшее отклонение от эталонной траектории.

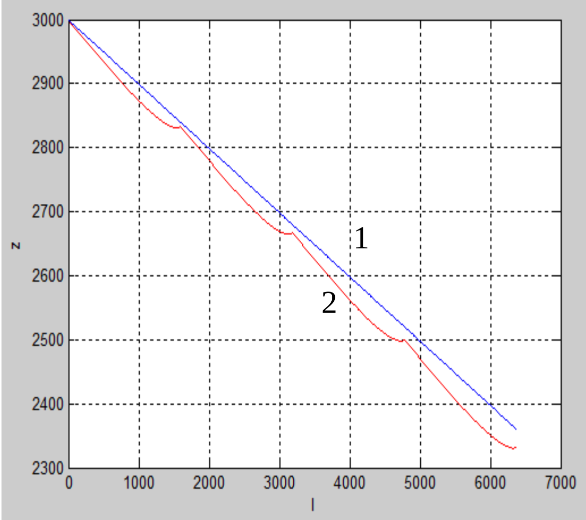


Рис. 3. Зависимость l(z) при разбиении траектории на 4 отрезка

Аналогичные результаты можно получить, применив данный алгоритм и для траектории на рис. 1.

При разбиении опорной траектории на отрезки удается уменьшить отклонение траектории с возмущениями от эталонной. При достаточно большом выборе количества отрезков систему можно считать квазисильно инвариантной, так как отклонения будут незначительны. Попасть в заданную точку без ошибки довольно затруднительно, поэтому при разбиении траектории на отрезки возникает проблема суммирования этих ошибок, которую при достаточно большом количестве разбиения необходимо учитывать.

Работа выполнена при государственной поддержке научных исследований, проводимых под руководством ведущих учёных в российских вузах (ведущий учёный – С. Исаев, КНИТУ-КАИ, г. Казань), по гранту Правительства России № 14.Z50.31.003.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Кухтенко А.И.** *Проблема инвариантности в автоматике*. Киев, 1963. 376 с.

2. **Петров Б.Н., Рутковский В.Ю.** Двухкратная инвариантность систем автоматического управления // *Докл. АН СССР.* 1965. Т. 161. № 4. С. 789-790.

3. **Кабанов С.А.** Синтез оптимального управления нелинейной динамической системой с использованием прогнозирующей модели // *Изв. РАН. Техн. кибернетика.* 1993. № 2. С. 141-147.

4. **Кабанов С.А.** *Управление системами на прогнозирующих моделях*. СПб.: СПбГУ, 1997. 200 с.

PATH CONTROL AIRCRAFT OF TRAJECTORY UNDER THE INFLUENCE OF DISTURBANCES ON AN DUAL CHANNEL

Kabanov S.A., Mitin F.V.

We discuss the problem of the invariance of the trajectory of the aircraft (LA) in relation to known external influences. It is shown that by splitting the optimal trajectory into segments and constructing invariant trajectory to the perturbation at each such interval, it is possible to obtain a quasi-strong invariance. The problem is solved using the algorithm with the predictive model.

Keywords: invariance, the optimal trajectory, the predictive model.

REFERENCES

1. Kukhtenko A.I. *Problema invariantnosti v avtomatike*. Kiev. 1963. 376 p. (In Russian).

2. Petrov B.N., Rutkovskiyj V.Yu. Dvuhkratnaja invariantnost' sistem avtomaticheskogo upravlenija. *Dokl. AN SSSR*. 1965. T. 161. № 4. Pp. 789-790. (In Russian).

3. Kabanov S.A. Sintez optimal'nogo upravlenija nelinejnoj dinamicheskoj sistemoj s ispol'zovaniem prognoziru-jushhej modeli. *Izv. RAN. Tekhn. kibernetika*. 1993. № 2. Pp. 141-147. (In Russian).

4. Kabanov S.A. *Upravlenie sistemami na prognoziruyuthikh modelyakh*. SPb.: SPbGU. 1997. 200 p. (In Russian).

Сведения об авторах

Кабанов Сергей Александрович, 1950 г.р., окончил БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова (1973), профессор, доктор технических наук, профессор кафедры систем управления и компьютерных технологий БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова, автор более 150 научных работ, область научных интересов – процессы управления.

Митин Федор Васильевич, 1990 г.р., окончил БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова (2012), магистрант БГТУ "ВОЕНМЕХ" им. Д.Ф. Устинова, автор 2 научных работ, область научных интересов – системы обработки информации и управления.